

四川省普通高校职教师资班和高职班对口招生统一考试

数学样题(2014 版)

(满分 150 分, 120 分钟完卷)

本试卷分第一部分(选择题)和第二部分(非选择题), 共两部分。考生作答时, 须将答案答在答题卡上, 在本试卷和草稿纸上答题均无效。满分 150 分。考试时间 150 分钟。考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分 (选择题 共 60 分)

注意事项:

1. 必须使用 2B 铅笔将答案标号填涂在答题卡上对应题目标号的位置上。
2. 本部分 15 个小题, 每小题 4 分, 共 60 分。

一、**选择题:** (本大题共 15 小题, 每小题 4 分, 满分 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。)

1. 设集合 $A = \{1, 3, 7, 9\}$, $B = \{2, 5-a, 7, 8\}$, $A \cap B = \{3, 7\}$, 则 $a =$ () .
A. 2 B. 8 C. -2 D. -8
2. 设 $\sin \alpha > 0$, $\tan \alpha < 0$, 则角 α 是 () .
A. 第一象限角 B. 第二象限角 C. 第三象限角 D. 第四象限角
3. 不等式 $|2x-3| \leq 3$ 的解集是 () .
A. $[-3, 0]$ B. $[-6, 0]$ C. $[0, 3]$ D. $(0, 3)$
4. 下列函数在区间 $(0, +\infty)$ 上是减函数的是 ()
A. $y = x^2 - 2x$ B. $y = -\frac{1}{x}$ C. $y = 2^x$ D. $y = \log_{0.2} x$
5. 已知 $3^{2x-1} < 1$, 则 x 的取值范围是 ()
A. $(-\infty, 0)$ B. $(0, +\infty)$ C. $(-\infty, \frac{1}{2})$ D. $(\frac{1}{2}, +\infty)$
6. 已知 $P: |x| = x$, $q: x^2 \geq -x$, 则 p 是 q 的 () 条件.
A. 充分不必要 B. 必要不充分
C. 充要 D. 既不充分又不必要
7. 已知圆 $x^2 + y^2 + 2x - ay - 1 = 0$ 的圆心坐标为 $(-1, 2)$ 则 $a =$ () .
A. -2 B. 2 C. -4 D. 4

8. 已知 $|\vec{a}|=4$, $|\vec{b}|=3$, 且 $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{2\pi}{3}$, 那么 $|\vec{a} + \vec{b}| = (\quad)$.
- A. 7 B. 5 C. $\sqrt{13}$ D. 13
9. 下列直线与直线 $3x - 2y = 1$ 垂直的是 ().
- A. $4x - 6y - 3 = 0$ B. $4x + 6y + 3 = 0$
 C. $6x + 4y + 3 = 0$ D. $6x - 4y - 3 = 0$
10. 已知抛物线 $y^2 = 2px$ 的焦点与椭圆 $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$ 的右焦点重合, 则 p 的值为 ().
- A. -2 B. 2 C. -4 D. 4
11. 函数 $y = \sin(x - \frac{\pi}{4})$ 的图像是由函数 $y = \sin x$ 经过 () 得来的.
- A. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位 B. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位
 C. 向上平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位 D. 向下平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位
12. 设 $\log_9 x = \frac{1}{2}$, 则 $x = (\quad)$.
- A. $\frac{9}{2}$ B. $(\frac{1}{2})^9$ C. $\frac{1}{18}$ D. 3
13. 钢铁厂生产了一批大型钢管, 并排堆放在库房里, 底下一层排放了 20 根, 第二层排放了 19 根, 往上每层比下一层少 1 根, 共放了 16 层, 这堆钢管共有 () 根.
- A. 225 B. 200 C. 192 D. 168
14. 长方体的长、宽、高分别为 5、4、3, 则长方体的外接球的表面积是 ().
- A. 50π B. 100π C. 200π D. $\frac{125}{3}\sqrt{2}\pi$
15. 某学校二年级有 8 个班, 甲, 乙两人从外地转到该年级插班, 学校让他们各自随机选择班级, 他们刚好选在同一个班的概率是 ().
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{8}$ C. $\frac{1}{16}$ D. $\frac{1}{64}$

第二部分 (非选择题 共 90 分)

注意事项:

1. 必须使用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔在答题卡上题目所指示的答题区域内作答。答在试卷上无效。

2. 本部分两个大题, 12 个小题, 共 90 分。

二、填空题: (本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分。)

16. 已知函数 $f(x) = ax - 2$, 且 $f(-1) = 2$, 则 $f(1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. 双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{k} = 1$ 的离心率为 2, 则 $k =$ _____.

18. 二项式 $\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^6$ 展开式中含 x^3 的项是 _____.

19. 若 $\tan \alpha = 3$, 则 $\frac{1}{1 + \sin \alpha} + \frac{1}{1 - \sin \alpha} =$ _____.

20. 国家规定个人出版书籍获得稿费按以下方法纳税: (1) 稿费不高于 800 元的, 不纳税; (2) 稿费高于 800 元但不高于 4000 元的应交超过 800 元的那一部分的 14% 的税; (3) 稿费高于 4000 元的应交全部稿费的 11% 的税。王老师出版一本小说获得 3500 元稿费, 则他应交 _____ 元税。

三、解答题: (本大题共 6 小题, 满分 70 分。解答应写出文字说明、证明过程和演算步骤。)

21. (本小题满分 10 分)

计算 $2^{-2} \times 16^{\frac{3}{4}} + \log_2(\lg 10000) + \frac{1}{3} \log_6 8 + 2 \log_6 \sqrt{3} - \left[\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right]^0$.

22. (本小题满分 10 分) 某企业生产一种产品, 每件成本 400 元, 销售价为 510 元, 每季度销售 m 件。为了进一步扩大市场, 该企业决定下季度销售价降低 4%, 预计销售量将提高 10%。要使销售利润 (销售价 - 成本价) 保持不变, 该产品每件的成本价应降低多少元?

23. (本小题满分 10 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$, S_n 为其前 n 项和, $a_2 = 4$, $S_4 - a_1 = 21$,

(1) 求 a_1 和 d .

(2) 求数列的通项公式.

(3) 如果 a_2 , $a_5 - k$, $a_8 + k$ 成等比数列, 求 k 的值.

24. (本小题满分 10 分) 已知 $-\frac{\pi}{2} < x < 0, \sin x + \cos x = \frac{1}{5}$.

(1) 求 $\sin 2x$; (2) 求 $\sin x - \cos x$ 的值; (3) 求 $\frac{\sin 2x + 2 \sin^2 x}{1 - \tan x}$ 的值.

25. (本小题满分 10 分) 已知 \vec{a}, \vec{b} 是同一平面内的三个向量, 其中 $\vec{a} = (1, 2)$,

(1) 若 \vec{b} 与 \vec{a} 同向, 且 $|\vec{b}| = 2\sqrt{5}$, 求 \vec{b} 的坐标.

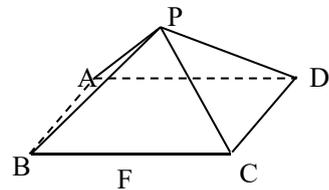
(2) 若 $\vec{a} + m\vec{b}$ 与 $\vec{a} - \vec{b}$ 垂直, 求 m 的值.

26. (本小题满分 10 分) 已知正四棱锥 P-ABCD, AB=2, 高为 1.

(1) 求 AB // 平面 PCD;

(2) 求侧面 PCD 与底面 ABCD 所成二面角的大小.

(3) 求异面直线 PC 与 AB 所成角的余弦值.

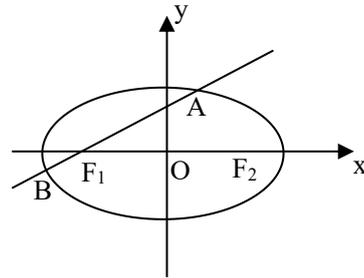


27. (本小题满分 10 分) 一斜率为 $\frac{3}{4}$ 的直线 l 过一中心在原点的椭圆的左焦点 F_1 , 且与椭圆的二交点中, 有一个交点 A 的纵坐标为 3, 已知椭圆右焦点 F_2 到直线的距离为 $\frac{12}{5}$.

(1) 求直线 l 方程;

(2) 求点 A 的坐标;

(3) 求椭圆的标准方程.



四川省 2014 年普通高校职教师资班和高职班对口招生统一考试

数学样题参考答案

一. 选择题:

答案:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
A	B	C	D	C	A	D	C	B	D	A	D	B	A	B

二. 填空题:

答案: 16. -6 17. 27 18. $-160x^3$ 19. 20 20. 378

三. 解答题:

21、解: 原式 = $2^{-2} \times (2^4)^{\frac{3}{4}} + \log_2 (\lg 10^4) + \frac{1}{3} \log_6 2^3 + \log_6 \sqrt{3^2} - 1 = 2^{-2} \times 2^3 + \log_2 4 +$

$\log_6 2 + \log_6 3 - 1 = 2 + 2 + \log_6 (2 \times 3) - 1 = 4 + 1 - 1 = 4$

22、解析: 设该产品每件的成本价应降低 x 元, 则每件降低后的成本是 $400-x$ 元, 销售价为 $510(1-4\%)$ 元, 根据题意得:

$$[510(1-4\%) - (400-x)](1+10\%)m = (510-400)m.$$

解之, 得 $x=10.4$.

答: 该产品每件得成本价应降低 10.4 元

23. 解: (1) 由已知得 $\begin{cases} a_2 = 4, \\ a_2 + a_3 + a_4 = 21. \end{cases}$ 因为 $\{a_n\}$ 是等差数列, 所以 $\begin{cases} a_2 = 4, \\ 3a_3 = 21, \end{cases}$ 即

$$\begin{cases} a_1 + d = 4, \\ a_1 + 2d = 7. \end{cases} \text{ 解得 } a_1 = 1, d = 3.$$

(2) 由等差数列通项公式得 $a_n = 1 + (n-1) \times 3 = 3n - 2$.

(3) 因为 $a_2, a_5 - k, a_8 + k$ 成等比数列, 所以 $(a_5 - k)^2 = a_2(a_8 + k)$,

即 $(13 - k)^2 = 4 \times (22 + k)$, 整理得 $k^2 - 30k + 81 = 0$, 解得 $k = 3$ 或 $k = 27$.

24. 解: (1) 将 $\sin x + \cos x = \frac{1}{5}$ 平方得 $1 + 2\sin x \cos x = \frac{1}{25}$, $\sin 2x = \frac{1}{25} - 1 = -\frac{24}{25}$.

(2) 因为 $(\sin x - \cos x)^2 = 1 - \sin 2x = 1 + \frac{24}{25} = \frac{49}{25}$, 又因为 $-\frac{\pi}{2} < x < 0$, 所以

$\sin x < 0, \cos x > 0$, 故 $\sin x - \cos x < 0$, 所以 $\sin x - \cos x = -\frac{7}{5}$.

$$(3) \frac{\sin 2x + 2\sin^2 x}{1 - \tan x} = \frac{2\sin x \cos x + 2\sin^2 x}{1 - \frac{\sin x}{\cos x}} = \frac{2\sin x(\cos x + \sin x)}{\cos x - \sin x} \times \cos x$$

$$= \frac{-\frac{24}{25} \times \frac{1}{5}}{\frac{7}{5}} = -\frac{24}{175}.$$

25. 解: (1) 因为 \vec{b} 与 \vec{a} 同向, 所以 $\vec{c} = \lambda\vec{a} = (\lambda, 2\lambda)$ 且 $\lambda > 0$.

$$\text{又因为 } |\vec{c}| = 2\sqrt{5}, \text{ 所以 } \sqrt{\lambda^2 + (2\lambda)^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\text{即 } |\lambda| = 2, \lambda = 2, \text{ 则 } \vec{c} = (2, 4).$$

(2) 因为 $\vec{a} + m\vec{b}$ 与 $\vec{a} - \vec{b}$ 垂直, 所以 $(\vec{a} + m\vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$.

$$\text{而 } \vec{a} + m\vec{b} = (1, 2) + m(2, 4) = (1+2m, 2+4m), \quad \vec{a} - \vec{b} = (1, 2) - (2, 4) = (-1, -2)$$

$$\text{则 } (1+2m, 2+4m) \cdot (-1, -2) = 0, \text{ 即 } -1-2m-4-8m=0. \text{ 解得 } m = -\frac{1}{2}.$$

26. 解: (1) 因为 P-ABCD 是正四棱锥, 所以 ABCD 为正方形, 所以 AB//CD, 且 AB 不在平面 PCD 上, 所以 AB//平面 PCD.

(2) 连 AC、BD, 交于 O, 则 PO⊥平面 ABCD, 取 CD 中点为 E, 则 OE 是 PE 的射影, 因为 OE⊥CD, 所以 PE⊥CD, 故 ∠PEO 是侧面 PCD 与底面 ABCD 所成二面角的平面角.

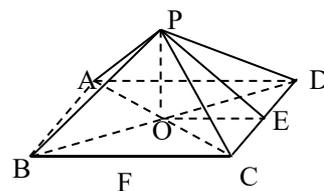
因为正方形 ABCD 边长为 2, 所以 OE=1, 又棱锥高为 1, 由直角三角形得 ∠PEO=45°.

即侧面 PCD 与底面 ABCD 所成二面角为 45°.

(3) 因为 AB//CD, 所以 ∠PCD 是异面直线 PC 与 AB 所成的角. 由正四棱锥 P-ABCD 中 AB=2, 高为 1 得, PO=1, OC=√2, 所以 PC=√3, 同理 PD=√3.

$$\text{所以在三角形 PCD 中有 } \cos \angle PCD = \frac{PC^2 + CD^2 - PD^2}{2 \cdot PC \cdot CD} = \frac{CD}{2 \cdot PC} = \frac{2}{2 \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

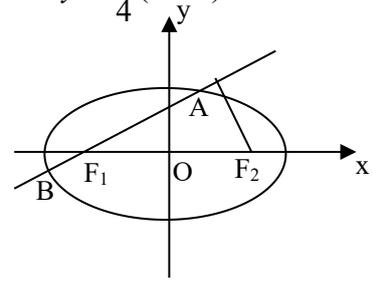
故直线 PC 与 AB 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.



27. 解: (1) 由已知设 $F_1(-c, 0), F_2(c, 0) (c > 0)$, 所以直线 l 方程为 $y = \frac{3}{4}(x + c)$,

即 $3x - 4y + 3c = 0$, 由 F_2 到直线距离为 $\frac{12}{5}$, 得

$$\frac{|3c - 4 \times 0 + 3c|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{12}{5} \quad |c| = 2, \text{ 所以 } c = 2.$$



则直线 l 的方程为 $3x - 4y + 6 = 0$.

(2) 直线与椭圆一交点 A 的纵坐标为 3 , 故 A 在直线上, 所以有

$$3x_0 - 4 \times 3 + 6 = 0, \text{ 即 } x_0 = 2, \text{ 即 } A(2, 3).$$

(3) 设椭圆方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 因点 A 在椭圆上且 $c = 2$, 所以 $\frac{4}{a^2} + \frac{9}{a^2 - 4} = 1$,

去分母得 $a^4 - 17a^2 + 16 = 0$, 解得 $a^2 = 1$ 或 $a^2 = 16$, 因为 $a > c$,

所以 $a^2 = 16$, 故 $b^2 = a^2 - c^2 = 12$, 椭圆标准方程为 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$.