

# 四川省对口升学(职教高考) 数学历年真题汇编

(2022-2024)

扫描下方二维码，关注“溢学职教升学通”企业微信，了解更多资讯



关注“溢学职教升学通”微信公众号，索取更多学习资料！有你想要的！

资讯、政策、考纲、分数线、... 扫码关注，立马拥有！

Yixue Vocational Education Admission Promotion  
关注抖音“溢学职教升学通”，推送最新资讯



四川省 2022 年普通高校对口招生统一考试

数学 试题卷

本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题），第I卷1—3页，第II卷3—4页，共4页.考生作答时，须将答案答在答题卡上，在本试卷、草稿纸上答题无效.满分150分，考试时间120分钟.考试结束后，将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回.

第I卷（共60分）

注意事项:

1. 必须使用2B铅笔在答题卡上将所选答案对应的标号涂黑.

2. 第I卷共1大题，15小题，每小题4分，共60分.

一、选择题：本大题共15小题，每小题4分，共60分.在每小题列出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的.

1. 设集合  $X = \{-1, 0, 1\}$ ,  $Y = \{1, 2\}$ , 那么  $X \cap Y = ( \quad )$

- A.  $\emptyset$                       B.  $\{1\}$                       C.  $\{-1, 2\}$                       D.  $\{-1, 0, 1, 2\}$

2.  $\cos \frac{5\pi}{6} =$

- A.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$                       B.  $-\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 函数  $f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{1}{x+1}$  的定义域是 ( )

- A.  $[1, +\infty)$                       B.  $(1, +\infty)$                       C.  $(-1, 1)$                       D.  $(-\infty, 1) \cup [1, +\infty)$

4. 已知平面向量  $\vec{a} = (-1, 0)$ ,  $\vec{b} = (0, 2)$ , 那么  $2\vec{a} - \vec{b} = ( \quad )$

- A.  $(2, 2)$                       B.  $(2, -2)$                       C.  $(-2, 2)$                       D.  $(-2, -2)$

5. 过点  $(1, 2)$  且与直线  $y = -x + 5$  垂直的直线方程是 ( )

- A.  $y = -x + 3$                       B.  $y = x - 1$                       C.  $y = x + 1$                       D.  $y = 2x$

6. 不等式  $(|x| + 1)(|x| - 3) < 0$  的解集是 ( )

- A.  $(-3, 3)$                       B.  $[-3, 3]$                       C.  $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$                       D.  $(-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$

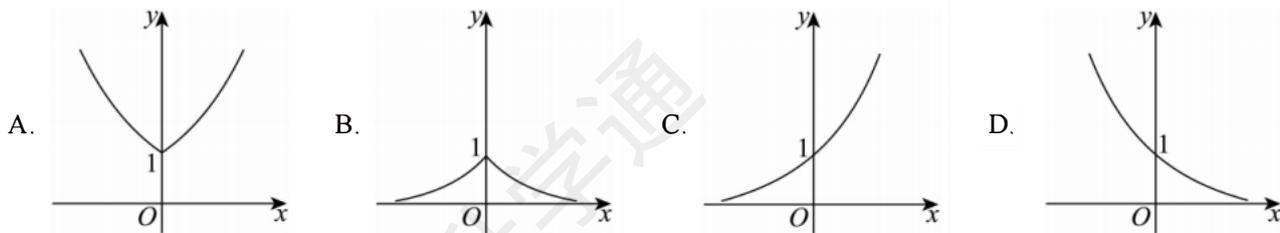
7. 双曲线  $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$  的焦点坐标是 ( )

- A.  $(\pm 1, 0)$       B.  $(0, \pm 1)$       C.  $(\pm 3, 0)$       D.  $(0, \pm 3)$

8. 函数  $f(x) = \sin \frac{x}{2} \cos \frac{\pi}{2} + \left( \cos^4 \frac{x}{4} - \sin^4 \frac{x}{4} \right) \sin \frac{\pi}{4}$  的最小正周期是 ( )

- A.  $\frac{\pi}{2}$       B.  $\pi$       C.  $2\pi$       D.  $4\pi$

9. 函数  $f(x) = 2^{|x|}$  的图像大致是 ( )



10. 某高校选派 6 名志愿者到 5 个社区开展法制宣传活动，要求每个社区至少有 1 名志愿者，且每名志愿者只能去 1 个社区，则不同的安排方法共有 ( )

- A. 600 种      B. 720 种      C. 1200 种      D. 1800 种

11. 设  $a, b \in \mathbb{R}$ ，则“ $a > b$ ”是“ $a|a| + 2a > b|b| + 2b$ ”的 ( )

- A. 充分但不必要条件      B. 必要但不充分条件      C. 既充分又必要条件      D. 既不充分也不必要条件

12.  $(\lg 2)^2 + 2 \lg 2 \lg 5 + (\lg 5)^2 + \log_7 7 = ( )$

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 5

13. 若要得到函数  $y = \sin 2x$  的图像，则需要将函数  $y = \sin \left( 2x - \frac{\pi}{3} \right)$  的图像 ( )

- A. 向左平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位      B. 向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位  
C. 向左平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位      D. 向右平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位

14. 设  $\alpha, \beta$  是两个不同的平面， $m, n$  是两条不同的直线，则下面四个命题正确的个数是 ( )

- ①若  $m \perp \alpha, \alpha \parallel \beta, n \parallel \beta$ ，则  $m \perp n$ ；      ②若  $\alpha \perp \beta, m \perp \alpha, n \perp \beta$ ，则  $m \perp n$ ；  
③若  $m \parallel n, m \perp \alpha, n \perp \beta$ ，则  $\alpha \perp \beta$ ；      ④若  $m \perp n, m \perp \alpha, n \perp \beta$ ，则  $\alpha \perp \beta$

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

15. 某实验室研究发现，某昆虫分泌信息素后，在  $t$  秒时距分泌处  $x$  米的地方，信息素浓度满足公式

$\lg y = A - \frac{1}{2} \lg t - \frac{kx^2}{t}$  (其中  $A, K$  均为非 0 常数). 如果分泌信息素后, 在 1 秒时距分泌处 3 米的地方,

信息浓度为  $a$ , 在 9 秒时距分泌处  $d$  米的地方, 信息浓度为  $\frac{a}{3}$ , 则  $d = ( \quad )$

- A. 6                      B. 9                      C. 10                      D. 12

第 I 卷 (共 90 分)

注意事项:

1. 必须使用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔在答题卡上题目所指示的答题区域内作答. 作图时可先用铅笔绘出, 确定后再用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔描清楚;
2. 第 II 卷共 2 大题, 11 小题, 共 90 分, 必须在答题卡答题区域作答.

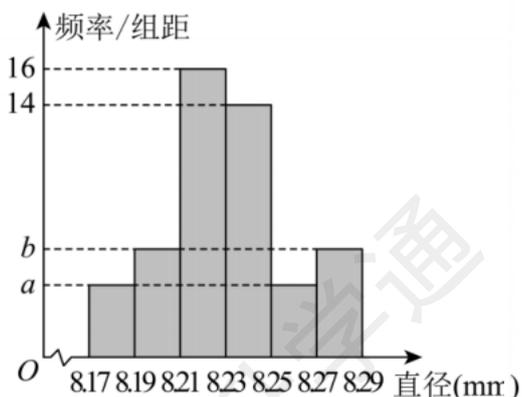
二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分.

16. 抛物线  $y^2 = 2x$  的焦点到准线的距离为\_\_\_\_\_.
17. 已知某高校学术报告厅共有 20 排座位, 第 2 排的座位数为 12, 从第 2 排起, 后一排都比前一排多 2 个座位, 则该学术报告厅的座位总数是\_\_\_\_\_.
18. 在  $(x+1)^n$  的二项展开式中,  $x^2$  的系数为 10, 那么  $n =$ \_\_\_\_\_.
19. 在  $\triangle ABC$  中,  $C = \frac{\pi}{2}$ ,  $|\overline{AC}| = 3$ , 则  $\overline{AB} \cdot \overline{AC} =$ \_\_\_\_\_.
20. 在平面直角坐标系中, 当点  $M(x, y)$  不是坐标原点时, 定义点  $M(x, y)$  的“映射点”为

$M^* \left( \frac{x}{x^2 + y^2}, \frac{y}{x^2 + y^2} \right)$ , 那么点  $A(1, 2)$  的“映射点”  $A^*$  的坐标是\_\_\_\_\_.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分, 解答时应写出文字说明、演算步骤或主要证明过程.

21. 某车间生产出一批零件, 质检小组从中抽取 300 个零件检测其直径 (单位: mm), 将所得数据分为六组:  $[8.17, 8.19)$ ,  $[8.19, 8.21)$ ,  $[8.21, 8.23)$ ,  $[8.23, 8.25)$ ,  $[8.25, 8.27)$ ,  $[8.27, 8.29)$ , 并绘制如图所示的频率分布直方图, 其中  $1.5a = b$ .



(1) 求  $a, b$  的值;

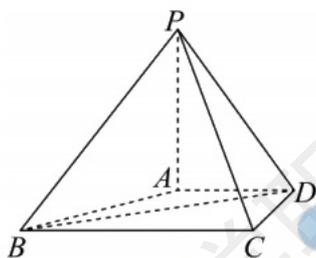
(2) 若把直径在区间  $[8.21, 8.25)$  的零件称为一等品, 在区间  $[8.19, 8.21)$ ,  $[8.25, 8.27)$  的零件称为二等品. 现采用分层抽样的方法, 在一、二等品中抽取容量为 8 的样本, 再从这 8 个样本中随机抽取 4 个, 若用  $X$  表示抽取到一等品的个数, 试求  $X$  概率分布列.

22. 设数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $S_n = 3a_n + n - 5$ .

(1) 证明: 数列  $\{S_n - n + 2\}$  是等比数列;

(2) 求数列  $\{S_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$

23. 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PA = AB$ ,  $AD \perp CD$ ,  $2AD = 2CD = BC$ ,  $AD \parallel BC$ ,  $PA \perp$  平面  $ABCD$ .



(1) 证明: 平面  $PAB \perp$  平面  $PAC$ ;

(2) 求二面角  $P-BD-A$  的正切值.

24. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ,  $\sin A = \sin(A-B) + \sin C$ .

(1) 求角  $B$ ;

(2) 证明:  $\frac{b \sin\left(C - \frac{\pi}{6}\right)}{(2c - a) \cos B}$  为定值.

25. 设函数  $f(x)$  对于任意实数  $x, y \in R$  都有  $f(x+2y) = f(x) + 2f(y)$  成立, 且  $f(1) = -2$

(1) 求  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  与  $f\left(\frac{2}{3}\right)$  的值;

(2) 当  $x > 0$  时,  $f(x) < 0$  成立, 判断函数  $f(x)$  的单调性, 并说明理由.

26. 已知圆  $C: x^2 + y^2 = 9$ .

(1) 若直线  $l$  与圆相切于点  $(m, n)$ , 求直线  $l$  的方程;

(2) 过圆内一点  $(2, 1)$  的直线与圆  $C$  相交于  $A, B$  两点, 若过点  $A, B$  且与圆  $C$  相切的两条直线相交于点  $P$ , 求点  $P$  的轨迹方程.

四川省 2023 年普通高校对口招生统一考试

数学 试题卷

本试题卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）.第I卷 1—3 页，第II卷 3—4 页，共 4 页.考生作答时，须将答案答在答题卡上，在本试题卷、草稿纸上答题无效.满分 150 分.考试时间 120 分钟.考试结束后，将本试题卷、答案卡和草稿纸一并交回.

第I卷（共 60 分）

注意事项：

1. 必须使用 2B 铅笔在答题卡上将所选答案对应的标号涂黑.

2. 第I卷共 1 大题，15 小题，每小题 4 分，共 60 分.

一、选择题：共 15 小题，每小题 4 分，共 60 分.在每小题列出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的.

1. 设集合  $M = \{1, 2\}$ ， $N = \{0, 1, 2, 3\}$ ，则  $M \cup N = ( \quad )$

- A.  $\{0, 1\}$                       B.  $\{1, 2\}$                       C.  $\{0, 1, 2\}$                       D.  $\{0, 1, 2, 3\}$

2. 函数  $f(x) = \sqrt{x-2} + 3^x - 5$  的定义域是  $\underline{\hspace{2cm}}$

- A.  $(2, +\infty)$                       B.  $[2, +\infty)$                       C.  $(-2, +\infty)$                       D.  $[-2, +\infty)$

3. 已知平面向量  $\vec{a} = (4, 3)$ ， $\vec{b} = (2, 1)$ ，则  $2\vec{a} - \vec{b} = ( \quad )$

- A.  $(3, 1)$                       B.  $(6, 5)$                       C.  $(8, 6)$                       D.  $(10, 7)$

4. 过点  $(2, 7)$  且倾斜角为  $\frac{3\pi}{4}$  的直线的方程是  $( \quad )$

- A.  $y = -x + 5$                       B.  $y = x + 5$   
C.  $y = -x + 9$                       D.  $y = x + 9$

5.  $\sin \frac{\pi}{3} + \sin \frac{2\pi}{3} = ( \quad )$

- A. 0                      B. 1                      C.  $\sqrt{2}$                       D.  $\sqrt{3}$

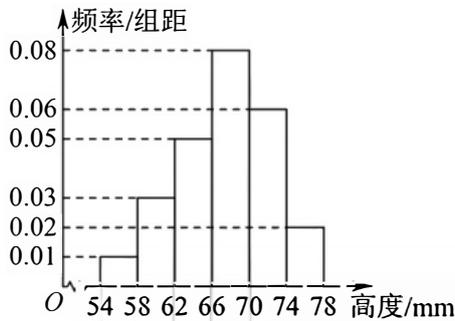
6. 函数  $y = \sin x \cos x + \pi$  的最小正周期是  $( \quad )$

- A.  $\frac{\pi}{6}$                       B.  $\frac{\pi}{3}$                       C.  $\pi$                       D.  $2\pi$

7. 不等式  $|x - 1| < 3$  的解集是  $( \quad )$

- A.  $(-4, 2)$                       B.  $(-3, -1)$                       C.  $(-2, 4)$                       D.  $(1, 3)$

8. 某同学随机抽取 100 株麦苗测出其高度(单位: mm), 将所得结果分为 6 组:  $[54, 58)$ ,  $[58, 62)$ ,  $[62, 66)$ ,  $[66, 70)$ ,  $[70, 74)$ ,  $[74, 78]$ , 并绘制出如图所示的频率分布直方图, 则高度不低于 70mm 的株数为( )



- A. 28                                      B. 32                                      C. 36                                      D. 40

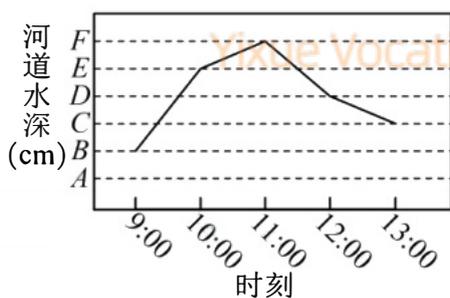
9. 双曲线  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$  的渐近线方程是 ( )

- A.  $y = \pm \frac{3}{5}x$                                       B.  $y = \pm \frac{4}{5}x$   
 C.  $y = \pm \frac{5}{3}x$                                       D.  $y = \pm \frac{5}{4}x$

10. 设  $10^m = 4$ ,  $10^n = 25$ , 其中  $m, n$  是正实数, 则  $m+n =$  ( )

- A. 2    C. 10    D. 25

11. 某水文监测站对一河道某处的水深每小时进行一次记录, 结果如图所示.  $B, C, D, E$  为线段  $AF$  的等分点. 已知 9 点时河道水深为 160cm, 从 11 点到 12 点河道水深减少了 10%, 则在 11 点时河道水深为( )

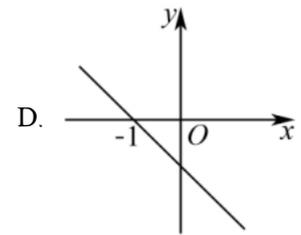
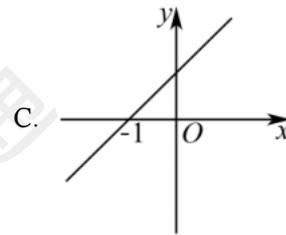
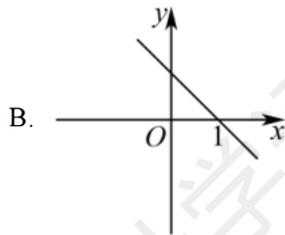
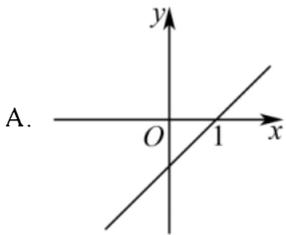
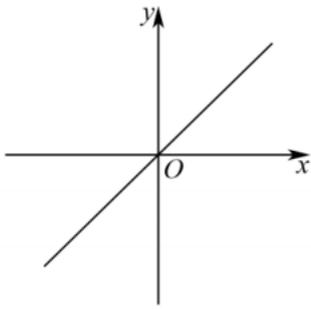


- A. 164cm                                      B. 168cm                                      C. 180cm                                      D. 200cm

12. 设  $a, b, c, d$  是实数, 则“ $a, b, c, d$  成等差数列”是“ $a+d = b+c$ ”的 ( )

- A. 充分不必要条件                                      B. 必要不充分条件  
 C. 充要条件    D. 既不充分也不必要条件

13. 已知函数  $y = f(x)$  的部分图象如下图所示, 则函数  $y = -f(x-1)$  的部分图象是 ( )



14. 设  $\alpha, \beta$  是两个不同的平面,  $m, n$  是两条不同的直线, 则下列命题中的真命题是 ( )

- A. 如果  $m \parallel \alpha, n \parallel \beta, m \parallel n$ , 那么  $\alpha \parallel \beta$       B. 如果  $m \parallel n, n \subset \alpha$ , 那么  $m \parallel \alpha$   
 C. 如果  $\alpha \perp \beta, m \subset \alpha, n \subset \beta$ , 那么  $m \perp n$       D. 如果  $m \perp \alpha, m \subset \beta$ , 那么  $\alpha \perp \beta$

15. 设定义在  $\mathbb{R}$  上的函数  $f(x) = \frac{a \cdot 5^x + a - 2}{5^x + 1}$  是奇函数, 且  $f(p) > \frac{12}{13}$  则实数  $p$  的取值范围是 ( )

- A.  $(-\infty, \frac{12}{13})$       B.  $(-\infty, 2)$       C.  $(\frac{12}{13}, +\infty)$       D.  $(2, +\infty)$

## 第II卷 (共 90 分)

注意事项:

1. 必须使用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔在答题卡上题目所指示的答题区域内作答. 作图题可先用铅笔绘出, 确认后再用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔描清楚.

2. 第II卷共 2 大题, 11 小题, 共 90 分.

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分.

16.  $(2x+1)^6$  的展开式中  $x^2$  的系数为 (用数字作答).

17. 已知平面向量  $\vec{a}, \vec{b}$  满足  $|\vec{a}| = 3, \vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ , 则  $\vec{a} \cdot (\vec{a} - 2\vec{b}) =$

18. 抛物线  $y = -x^2$  上的点到直线  $4x + 3y - 6 = 0$  距离的最小值是

19. 已知函数  $f(x) = \sin x + \cos x$  在  $[-\theta, \theta]$  上单调递增, 则  $\theta$  的最大值是.

20. 甲、乙两人玩猜硬币游戏, 乙负责抛硬币, 甲在乙每次抛前进行猜测. 甲用数列  $\{a_n\}$  记录自己每次的猜

测情况，若猜测第  $k$  次抛硬币出现正面记  $a_k = 1$ ，出现反面记  $a_k = -1$ ；乙用数列  $\{b_n\}$  记录每次抛硬币后实际出现的正反面结果，当第  $k$  次抛硬币出现正面记  $b_k = 1$ ，出现反面记  $b_k = -1$ 。他们进行 50 次游戏后，乙统计并计算出  $a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_{50}b_{50} = 26$ ，则甲猜对的次数为

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

21. 某高校羽毛球社团招募了 6 名新成员，其中 2 名来自体育学院，现从这 6 名新成员中随机选择 4 人参加校运动会比赛。

(1) 设  $M$  为事件“选出的 4 人中恰有 2 人来自体育学院”，求事件  $M$  发生的概率；

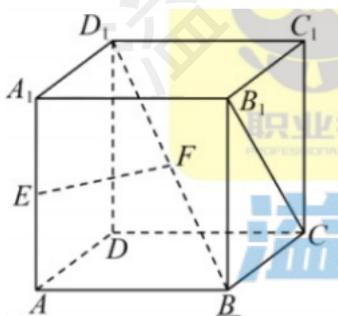
(2) 设  $\xi$  为选出的 4 人中来自体育学院的人数，求  $\xi$  的概率分布。

22. 设  $\{a_n\}$  是首项为  $-10$  的等差数列，且  $a_1 + 3$ ， $a_6$ ， $a_9 - 2$  成等比数列。

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式；

(2) 记  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，求  $S_n$  的最小值。

23. 如图，在正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中， $E$  为  $AA_1$  的中点， $F$  为  $BD_1$  的中点。



(1) 证明： $EF \parallel$  平面  $ABCD$ ；

(2) 求异面直线  $EF$  与  $B_1C$  所成角的大小。

24. 已知  $\triangle ABC$  中，内角  $A$ ， $B$ ， $C$  的对边分别为  $a$ ， $b$ ， $c$ ，满足  $a \sin 2B = \sqrt{3}b \sin(B+C)$ 。

(1) 求  $B$  的大小；

(2) 若  $c = \sqrt{3}(a-b)$ ，证明： $\triangle ABC$  为直角三角形

25. 设圆  $C: (x-x_0)^2 + y^2 = r^2$  ( $x_0 < 0, r > 0$ ) 与直线  $x = 1$  相切，且  $C$  被直线  $y = x + 4$  所截得的弦长为  $2\sqrt{7}$ 。

(1) 求  $C$  的方程；

(2) 若  $C$  与  $y = m|x| + 3$  有且只有 3 个公共点, 求实数  $m$  的值.

26. 已知函数  $f(x) = x^2 \log_3 \frac{m+1}{9m} - 2x \log_3 \frac{m}{m+1} + \log_3 \frac{(m+1)^3}{m^3}$

(1) 若  $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$ , 求  $f(1)$  的最大值:

(2) 若对任意  $x \in \mathbf{R}$ , 都有  $f(x) > 0$  恒成立, 求实数  $m$  的取值范围.



**溢学职教升学通**

Yixue Vocational Education for Promotion

四川省 2024 年普通高校对口招生统一考试

数学 试题卷

本试题卷分第 I 卷和第 II 卷.考生作答时,须将答案答在答题卡上,在本试题卷、草稿纸上答题无效.满分 150 分.考试时间 120 分钟.考试结束后,将本试题卷、答题卡和草稿纸一并交回.

第 I 卷 (共 60 分)

注意事项:

1.必须使用 2B 铅笔在答题卡上将所选答案对应的标号涂黑.

2.第 I 卷共 1 大题, 15 小题, 每小题 4 分, 共 60 分.

一、选择题: 本大题共 15 小题, 每小题 4 分, 共 60 分.在每小题列出的四个备选项中, 只有一个是符合题目要求的.

1. 已知集合  $M = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ,  $N = \{0, 1, 2\}$ , 则  $M \cap N = ( \quad )$

- A.  $\{-2, -1, 0\}$       B.  $\{-1, 0, 1\}$       C.  $\{0, 1, 2\}$       D.  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

2. 函数  $f(x) = 3^{x-2} - \log_3(x-3)$  的定义域是 ( )

- A.  $(-3, +\infty)$       B.  $[-3, +\infty)$       C.  $(3, +\infty)$       D.  $[3, +\infty)$

3.  $\cos 30^\circ + \cos 90^\circ =$

- A.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       B.  $-\frac{1}{2}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. 已知平面向量  $\vec{a} = (2, -3)$ ,  $\vec{b} = (-2, -1)$ , 则  $\vec{a} \cdot \vec{b} = ( \quad )$

- A. -2      B. -1      C. 1      D. 2

5. 不等式  $1 < |2-x| < 2$  的解集为 ( )

- A.  $(0, 4)$       B.  $(-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$       C.  $(1, 3)$       D.  $(0, 1) \cup (3, 4)$

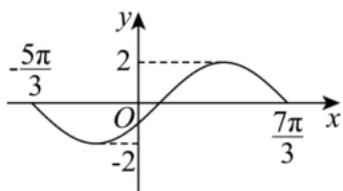
6. 过点  $(1, 1)$  且与直线  $x-2y=0$  垂直的直线的方程是 ( )

- A.  $2x+y-3=0$       B.  $2x+y-1=0$   
C.  $2x-y-3=0$       D.  $2x-y-1=0$

7.  $4\lg^2 2 + 2\lg 4\lg 25 + \lg^2 25 = ( \quad )$

- A. 1      B. 2      C. 4      D. 25

8. 函数  $y = 2\sin(\omega x + \varphi)$  的部分图象如图所示, 其中  $\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$  则 ( )



- A.  $y = 2\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right)$                       B.  $y = 2\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right)$
- C.  $y = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$                       D.  $y = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

9. 已知椭圆  $\frac{x^2}{3m^2} + \frac{y^2}{m^2} = 1 (m > 0)$  的左焦点为  $(-4, 0)$ , 则  $m$  的值为 ( )

- A.  $\sqrt{2}$                       B.  $2\sqrt{2}$                       C. 3                      D. 4

10. 某保险公司为了解购买某险种的 1000 名投保人的出险次数情况, 随机调查了其中 100 名投保人的出险次数, 得到如下表格:

出险次数	0	1	2	3	$\geq 4$
投保人数	$a$	29	25	8	3

则下列结论中正确的是 ( )

- A. 表中  $a$  的值为 25
- B. 调查的这 100 名投保人的出险次数的均值大于 1
- C. 购买该险种的 100 名投保人的出险次数是总体
- D. 估计购买该险种的所有投保人中, 出险次数不低于 3 次的人数为 11

11. 已知  $a = 2^{0.2}, b = 3^{0.3}, c = 0.2^2$ , 则  $a, b, c$  的大小关系为 ( )

- A.  $a > b > c$                       B.  $a > c > b$
- C.  $b > a > c$                       D.  $b > c > a$

12. 设  $\alpha \in \mathbb{R}$ , 则“ $\tan \alpha = -1$ ”是“ $\alpha = \frac{3\pi}{4}$ ”的 ( )

- A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件
- C. 充要条件                      D. 既不充分也不必要条件

13. 一个温度为  $T_0^\circ\text{C}$  的物体移入恒温  $a^\circ\text{C}$  的室内,  $t$  分钟后该物体的温度为  $T^\circ\text{C}$ . 已知  $T$  与  $t$  的关系可以表示为  $T = a + (T_0 - a)e^{-kt}$ , 其中  $k > 0$ , 现将温度为  $90^\circ\text{C}$  的该物体移入恒温  $10^\circ\text{C}$  的室内, 20 分钟后该物

体的温度为  $50^{\circ}\text{C}$ ，则再过 20 分钟该物体的温度为 ( )

- A.  $10^{\circ}\text{C}$                       B.  $20^{\circ}\text{C}$                       C.  $30^{\circ}\text{C}$                       D.  $40^{\circ}\text{C}$

14. 设  $\alpha, \beta, \gamma$  是三个不同的平面,  $l, m$  是两条不同的直线. 给出下列四个命题: ( )

- ①若  $\alpha \parallel \gamma, \beta \parallel \gamma$ , 则  $\alpha \parallel \beta$ .  
②若  $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$ , 则  $\alpha \parallel \beta$ .  
③若  $l \parallel \alpha, m \parallel \beta, l \parallel m$ , 则  $\alpha \parallel \beta$ .  
④若  $\alpha \cap \gamma = l, \beta \cap \gamma = m, l \parallel m$ , 则  $\alpha \parallel \beta$

其中正确命题的个数是 ( )

- A. 1                                  B. 2                                  C. 3                                  D. 4

15. 已知定义在  $\mathbb{R}$  上的函数  $f(x)$  满足  $f(x-6) = f(x+6)$ , 当  $-3 \leq x < 1$  时,  $f(x) = -x^2 - 2x$ , 当

$1 \leq x < 9$  时,  $f(x) = x - 4$  则  $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2024) = ( )$

- A. 328                                  C. 336                                  D. 340

第 II 卷 (共 90 分)

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分.

16. 已知抛物线  $y^2 = 2px$  过点  $(3, 6)$ , 则  $p = \underline{\quad}$

17. 若  $(2x+a)^5$  的展开式中  $x^2$  的系数为  $-320$ , 则实数  $a = \underline{\quad}$

18. 某植物的快速生长期约有 10 天, 在此期间该植物每天结束时的高度都为前一天结束时的高度的 2 倍. 已知在快速生长期的第 4 天结束时, 该植物的高度是 20 毫米, 那么它在第 7 天结束时的高度为                      毫米.

19. 已知函数  $f(x) = (x+a) \ln\left(1 + \frac{b}{x+1}\right)$  是偶函数, 其中  $a, b \in \mathbb{R}$ , 则  $a - b = \underline{\quad}$

20. 已知平面向量  $\vec{a}, \vec{b}$  满足  $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 1$ . 则  $|\vec{a} + \vec{b}| + |\vec{a} - \vec{b}|$  的最大值是                     

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

21. 为弘扬中华优秀传统文化, 某学校将开展传统文化知识竞赛. 已知该学校的文学、朗诵、书画、戏曲 4 个社团的人数分别为 140, 112, 56, 28, 且每个社团的成员都只参加了 1 个社团. 竞赛组委会拟采用分层抽样的方法从以上 4 个社团中抽取 12 名同学担任志愿者.

(1) 求应从这 4 个社团中分别抽取的志愿者人数;

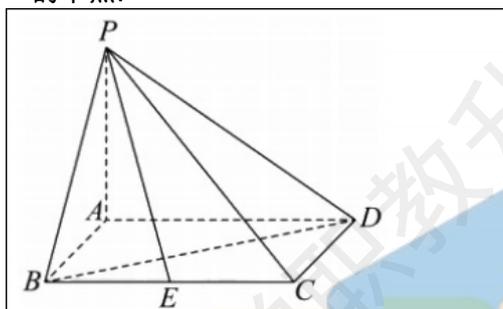
(2) 若从抽取的 12 名志愿者中随机抽取 3 名担任竞赛分数统计员, 求抽取的 3 名统计员中恰有 2 名来自同一社团的概率.

22. 已知  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $\sin^2\left(\frac{\pi}{2} + A\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2A = 1$ .

(1) 求  $A$  的大小;

(2) 若  $c = b\cos A + \sqrt{3}a\sin B$ , 证明:  $\triangle ABC$  为直角三角形.

23. 如图, 已知四棱锥  $P-ABCD$  的底面为长方形,  $PA \perp$  底面  $ABCD$ ,  $AB = PA = 1, AD = \sqrt{2}$ ,  $E$  为  $BC$  的中点.



(1) 证明:  $PE \perp BD$ ;

(2) 求二面角  $P-BD-A$  的正切值.

24. 设数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$  满足:  $2S_n = n(a_{n+1} + 1)$ , 且  $S_3 = 21$

(2) 求数列  $\left\{\frac{1}{2S_n + n}\right\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

25. 设  $a \in \mathbb{R}$ , 函数  $f(x) = 3x^2 - ax + 3a - 5$ .

(1) 设函数  $f(x)$  的图象与  $x$  轴相交于  $A, B$  两点, 且  $|AB| = \frac{2\sqrt{15}}{3}$  求  $a$  的值;

(2) 若  $f(x) < 0$  对任意的  $a \in [-1, 1]$  恒成立, 求实数  $x$  的取值范围.

26. 设  $k \in \mathbb{R}$ , 过定点  $A$  的动直线  $kx - y - 2k + 4 = 0$  和过定点  $B$  的动直线  $x + ky = 0$  相交于点  $M$ .

(1) 求定点  $A, B$  的坐标, 并求点  $M$  的轨迹方程;

(2) 求  $|MA| + \sqrt{3}|MB|$  的最大值.